

# ANÁLISIS DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN DE DIFERENTES AUTORES PARA LAS CARACTERÍSTICAS DE CUBA.

**Ing. Carlos Rodríguez García<sup>1</sup>, Ing. René Blanco Heredia<sup>1</sup>**

*1. Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos, Autopista  
Matanzas-Varadero km 3 y ½, Matanzas, Cuba.*

## **Resumen**

Las columnas son elementos que pueden estar sujetos a la sollicitación de la flexocompresión, diseño que por su forma de trabajo presenta determinadas complicaciones para su análisis, una de las vías para resolver estos complejos diseños es mediante los llamados diagramas de interacción, problemática esta que ha sido tratado por diferentes autores, cada uno imponiéndole sus características propias, y las del momento en que fueron concebidos. Este trabajo tiene como objetivo estudiar las características fundamentales de cuatro compendios de diagramas de diferentes autores y nacionalidades, analizando su repercusión en el diseño de la actualidad cubana.

***Palabras Claves:*** *Diagramas de Interacción, Diseño de columnas, diseño de elementos a flexocompresión, estados de flexocompresión.*

---

## Introducción

Las columnas son elementos estructurales de vital importancia en las construcciones. Se encuentran presentes en las edificaciones aperticadas y estructuras en general; aparecen como parte de las mismas, sosteniendo el resto de los elementos que son necesarios para cubrir los espacios y mantener en altura a otros.

Estas son elementos sometidos generalmente a la acción combinada de momento y carga axial, estado que se denomina *flexocompresión*, este estado puede modelarse como la acción de la carga de compresión con una excentricidad dada desde los ejes centroidales de la sección, como se muestra en la figura No 1.

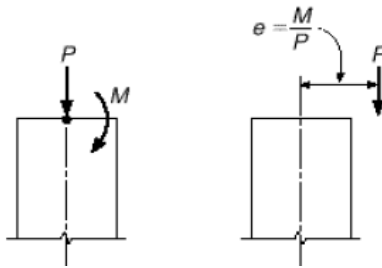


Figura 1. Acción combinada de momento y carga axial en columnas. Excentricidad equivalente de la carga de la columna.

Fuente: Nilson et al., 2004

### Leyenda

- $P$  → Carga axial de compresión
- $M$  → Momento Flector
- $e$  → Excentricidad de la carga respecto al centroide de la sección.

El tratamiento analítico de la flexocompresión resulta muy complejo debido a las diversas combinaciones que pueden producir el fallo, al tratarse de una sollicitación que origina un estado deformacional último que puede hallarse en cualquiera de los dominios de fallo, dependiendo evidentemente de las magnitudes de los esfuerzos que soliciten a la sección, exigiendo entonces el análisis de las ecuaciones de campo para todo el rango de valores de la profundidad relativa de la línea neutra, situados en el intervalo  $0 < k < +\infty$ ; estas ecuaciones varían en dependencia del dominio en que se encuentre.

Si sobre una columna actúan diferentes combinaciones de  $M$  y  $P$ , podría construirse una curva para valor de  $P$  como se muestra en la Figura 1, “esto mismo ocurriría si se construyen curvas de  $P$  vs  $\Delta$  o  $P$  vs  $\varepsilon'_c$ , donde hay que hacer una para cada excentricidad  $e_0$ .” (Hernández y Hernández, 2011)

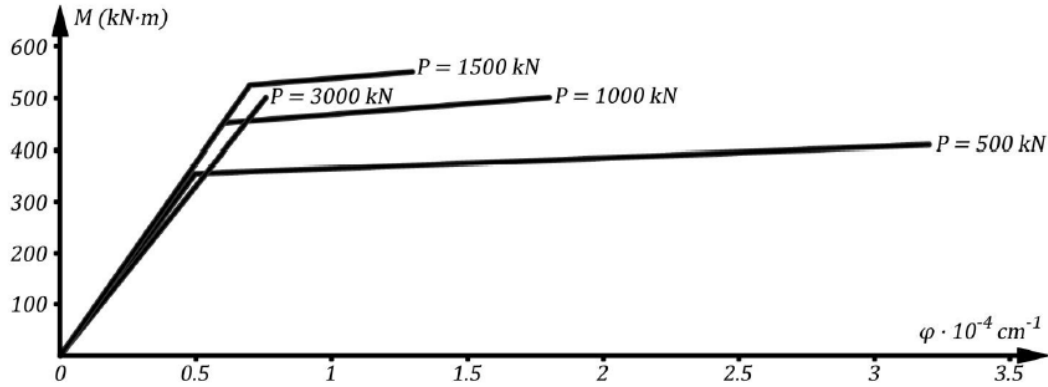


Figura 1. Curvas de comportamiento de columnas.  
Fuente: Hernández y Hernández, 2011.

Leyenda

- $P$  → Carga axial de compresión
- $M$  → Momento Flector
- $\varphi$  → Deformación

Dada la complejidad entonces del diseño y revisión de columnas de hormigón armado, los diagramas de interacción surgen como una vía fácil, y certera.

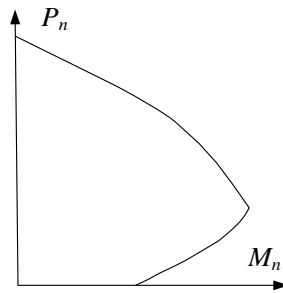


Figura 2: Diagrama de interacción genérico.  
Fuente: Elaboración propia

Leyenda

- $P_n$  → Carga axial de compresión nominal
- $M_n$  → Momento Flector nominal

Dada la complejidad entonces del diseño y revisión Los diagramas de interacción no son más que “el lugar geométrico de todas las combinaciones de las cargas actuantes que llevan a un elemento a alcanzar su estado límite de resistencia”. (Valdéz, 2001)

A lo largo de la historia diferentes autores han tratado el tema, como son los casos de los ingenieros españoles Pedro Jiménez Montoya, José Calavera Ruiz o el cubano, Ernesto Valdez Avellaneda. Cada época ha venido condicionada por características propias, ya sea por los materiales y técnicas constructivas o por lo métodos de diseño, sin mencionar las

condiciones geográficas de la región. Se hace necesario entonces conocer las características de estos y analizarlos teniendo en cuenta las condiciones actuales y reglamentos vigentes.

### Relación de Diagramas de Interacción de diferentes autores.

A continuación se muestran las principales características de los diagramas de interacción brindados por diferentes autores. Se tienen los de Jiménez Montoya, del año 1971, Ernesto Valdez del 2000, Montoya *et al.* 2001, y Rodríguez G. del 2011.

### Hormigón Armado (1<sup>era</sup> Edición)

En la primera edición de su libro, Jiménez (1971) nos brinda diferentes ábacos, dedicados principalmente al cálculo de soportes sometidos a flexión o compresión compuesta<sup>1</sup>, se han construido para los distintos peraltos normalmente empleados.

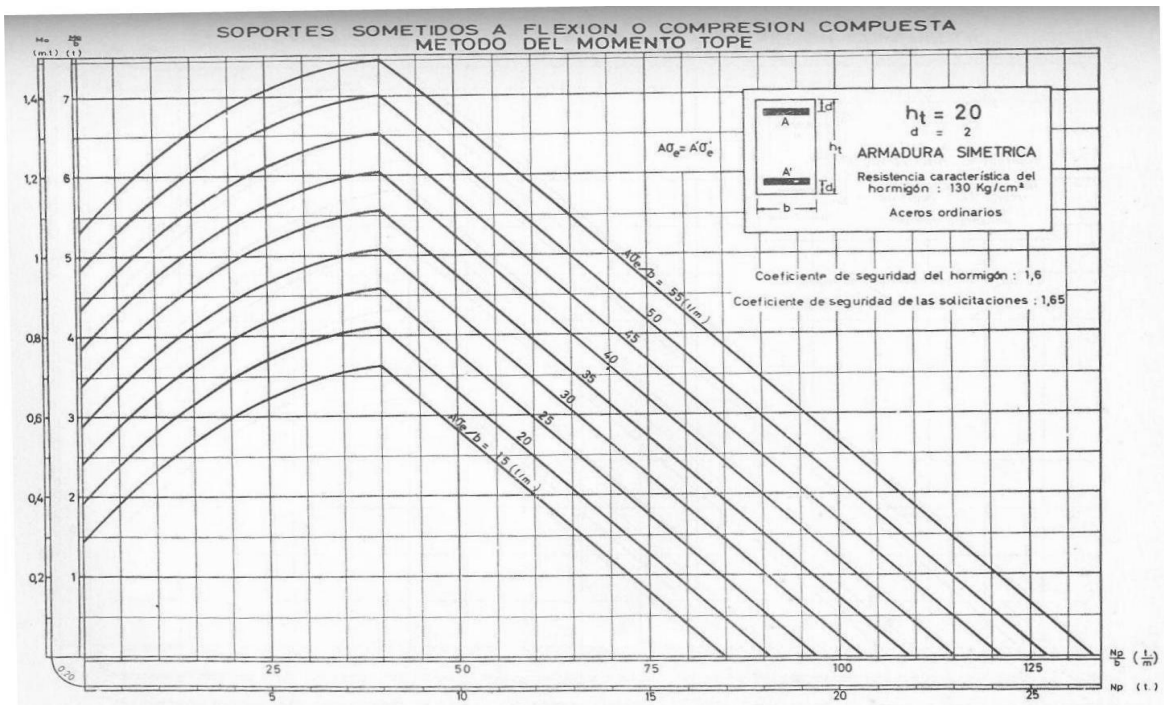


Figura 3. Diagrama de interacción, Jiménez Montoya, 1971.

Como se puede apreciar en la figura 3, los diagramas de interacción son obtenidos por el método de *Momento tope*.

Estos diagramas constan de 3 series, cada una correspondiente las diferentes resistencias características del hormigón:

Serie Oro.....  $\sigma_{bk} = 130 \text{ kg} / \text{cm}^2$

<sup>1</sup> Se refiere a flexocompresión en general, llamando a la flexocompresión con predominio de la flexión como flexión compuesta como y a la flexocompresión con predominio de la compresión como compresión compuesta.

Serie Azul .....  $\sigma_{bk} = 180 \text{ kg / cm}^2$

Serie Verde .....  $\sigma_{bk} = 225 \text{ kg / cm}^2$

Cada ábaco corresponde a un cálculo determinado, y consta de dos escalas principales cartesianas. Las abscisas graduadas para los valores de  $\frac{N_p}{b}$ , y las ordenadas para  $\frac{M_o}{b}$  y una familia de curvas correspondientes a los distintos valores de  $\frac{A \cdot \sigma_E}{b}$ , con las siguientes unidades y notación:

$N_p$  = Máximo esfuerzo previsible, en *t*.

$M_o$  = Máximo momento previsible, respecto al eje geométrico, en *t·m*.

$A \cdot \sigma_E$  = Capacidad mecánica de la armadura de un solo lado, en *t*.

$b$  = Ancho, en *t*.

$A$  = Área de acero.

$\sigma_E$  = Límite elástico minorado de la armadura.

Al esta curva corresponder con la relación  $\frac{A \cdot \sigma_E}{b}$ , obteniéndose un gráfico independiente del ancho de la sección y del tipo de acero.

Los coeficientes de seguridad utilizados son:

- Coeficiente de seguridad del hormigón  $\gamma_h = 1.6$
- Coeficiente de seguridad de la sollicitación  $\gamma_s = 1.65$

En los gráficos además del valor de  $h_t$  interviene también el valor del recubrimiento mecánico, llamado por el autor *d*.

En ellos además se mantiene una relación recubrimiento mecánico y peralte efectivo (recubrimiento relativo), en un solo caso es mayor del 10 %, como se puede observar en la tabla 1.

Tabla 1 Relación de peraltos – recubrimientos relativos utilizados por Jiménez Montoya 1971.

$h_t$ (cm)	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$d$ (cm)	2	2	2.5	3	3.5	3.5	4	4.5	5	5	5	5	5
$\delta$ (%)	11	8.7	9.1	9.4	9.6	8.4	8.7	8.9	9.1	8.3	7.7	7.1	6.7

<sup>2</sup>  $\sigma_{bk}$  Resistencia característica del hormigón ( $f'_c$ )

Fuente: *Elaboración Propia.*

### **Flexión compuesta en Hormigón Armado**

Otros de los diagramas a analizar son los brindados por Valdez (2000), aquí se muestran una relación de cinco diagramas, según el autor los más comunes. Estos son del tipo adimensional, por tanto son independientes de la calidad del hormigón y de las dimensiones de la sección. En cada ábaco se considera el tipo de acero, el recubrimiento mecánico, traducido en recubrimiento relativo, y el coeficiente reductor del acero (Denotado por  $\gamma_a$ ), que según el propio autor tiene poca influencia.

Los valores de las abscisas corresponden con la ecuación 1.1 y los correspondientes a las ordenadas con la ecuación 1.2, pudiéndose observar aquí la forma adimensional de estos ábacos.

$$\frac{N'^* \cdot e_o}{b \cdot h^2 \cdot R'_{bu}} \dots\dots\dots (1.1)$$

$$\frac{N'^*}{b \cdot h \cdot R'_{bu}} \dots\dots\dots (1.2)$$

**Donde:**

- $N'^*$  = Carga axial de compresión factorizada.
- $e_o$  = excentricidad de la carga  $N'^*$  referida al centroide de la sección
- $b$  = Ancho de la sección de hormigón.
- $h$  = Peralto efectivo total de la sección.
- $R'_{bu}$  = Resistencia de cálculo del hormigón

Las curvas, en estos casos, 12 por cada ábaco, corresponden a valores de cuantía mecánica que oscilan entre 0,05 y 0,60.

Utiliza aceros A-30 y A-40, cuyas resistencias son  $30 \text{ kg/m}^2$  y  $40 \text{ kg/m}^2$  respectivamente, con coeficientes de minoración de 1,15 y 1,20.

Los recubrimientos relativos utilizados son de 5%, 10% y 15 %.

A continuación se muestra uno de estos diagramas brindados por el profesor Valdez Avellaneda, donde se pueden apreciar varias de estas características.

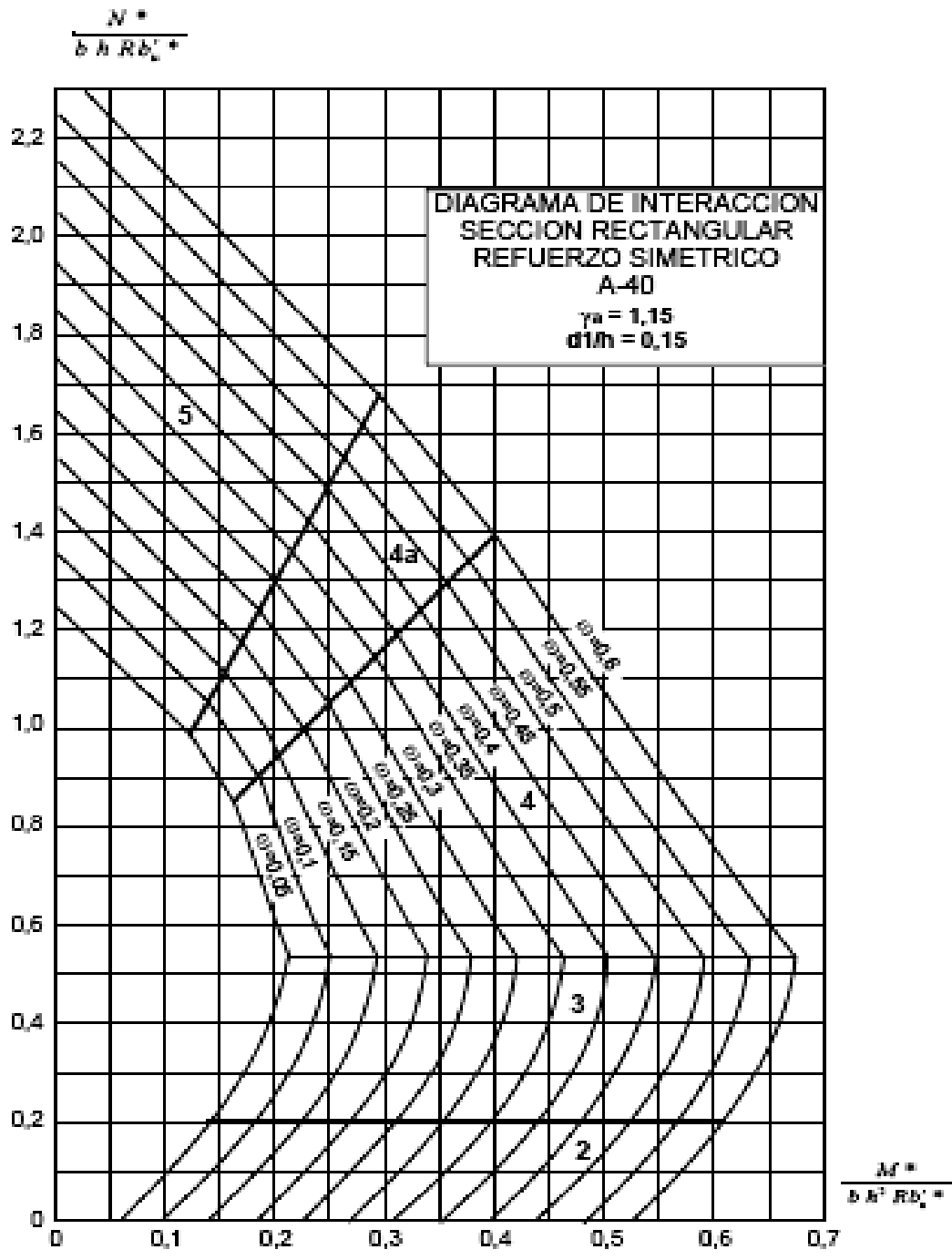


Figura 3. Diagrama de interacción Valdez Avellaneda, 2000.

**Hormigón Armado (14<sup>ta</sup> Edición)**

Jiménez *et al.* (2001), en su texto Hormigón Armado, han preparado una colección de diagramas adimensionales de interacción que consta de 30 diagramas correspondientes a secciones rectangulares, en cajón, circulares y anulares, con distintas distribuciones de armaduras y recubrimientos.

Cada diagrama contiene una familia de curvas  $\mu = f(v, \omega)$ , que representan los momentos reducidos  $\mu$  (ecuación 1.3) en función de los axiales reducidos  $v$  (ecuación 1.4), para cada cuantía mecánica  $\omega$  (ecuación 1.5). Estas variables son:

$$\mu = \frac{N_d \cdot e_o}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h} \dots\dots\dots (1.3)$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \dots\dots\dots (1.4)$$

$$\omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \dots\dots\dots (1.5)$$

**Siendo:**

- $N_d$  = Esfuerzo normal de cálculo
- $e_o$  = excentricidad de  $N_d$  referida al centro de la sección
- $A_c$  = Área de la sección de hormigón (para secciones rectangulares,  $A_c = b \cdot h$ )
- $h$  = Canto total de la sección
- $A_{tot}$  = Sección total de la armadura
- $f_{cd}$  = Resistencia de cálculo del hormigón
- $f_{yd}$  = Resistencia de cálculo del acero

En esta edición se observa como los autores completan la idea que comenzó el autor principal en la primera edición del texto, ya obteniendo los diagramas totalmente de forma adimensional; concepto también usado por profesor Valdés Avellaneda en su texto, aunque pueda notarse una diferencia en los denominadores, sujeto esto a que los españoles sustituyen  $b \cdot d$  por el área bruta de la sección de hormigón,  $A_c$ , que para el caso de secciones rectangulares coinciden.



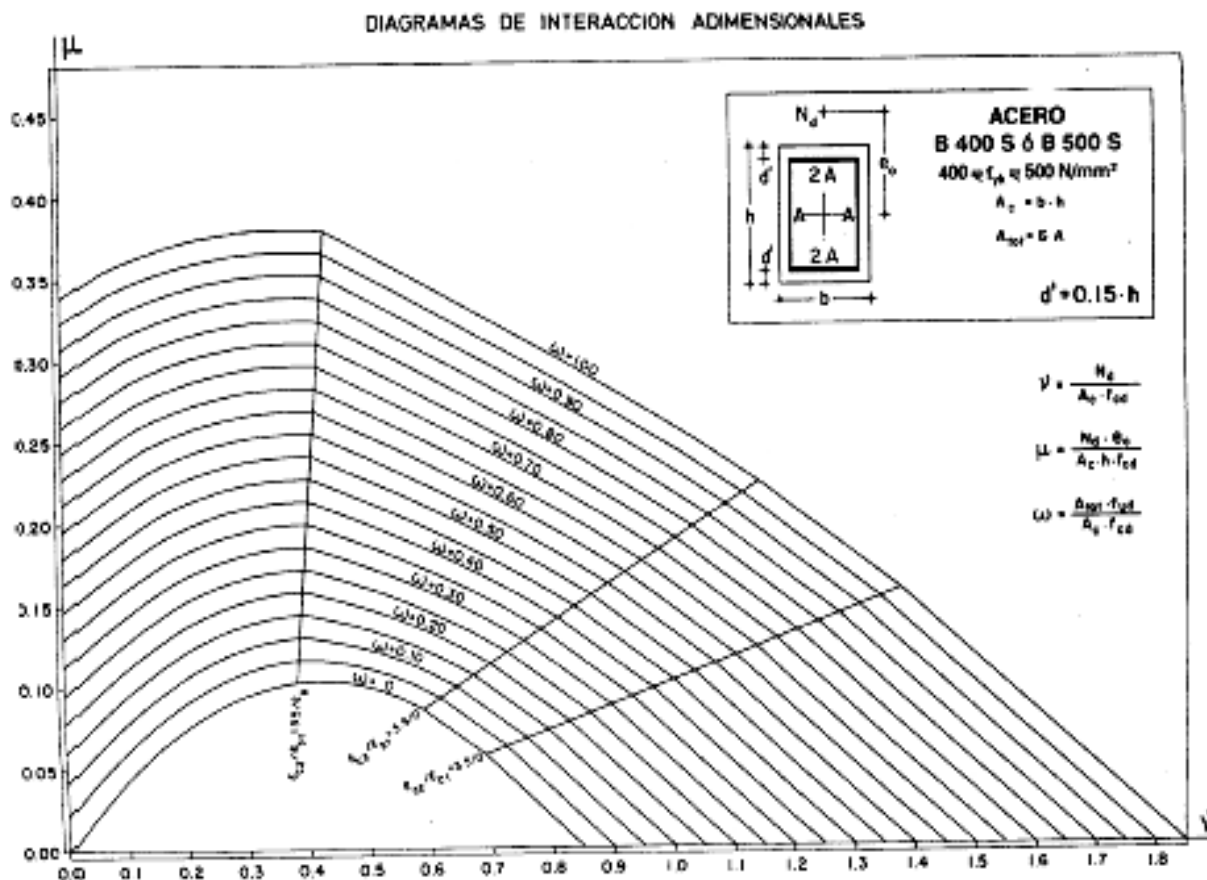


Figura 4. Diagrama de Interacción. Montoya et al., 2001.

### Diseño de columnas rectangulares mediante diagramas de interacción.

Los diagramas de interacción de esta investigación, realizados por Rodríguez (2011), están conformados por las características de las secciones más utilizadas en la práctica, por lo especialistas de la Empresa de Proyecto de Arquitectura e Ingeniería de la provincia de Matanzas.

Se utilizó el Método de Diseño por estados Límites con enfoque al ACI 318-05. Las ecuaciones expuestas en ese trabajo son tratadas en términos dimensionales, pues aunque sean mucho mayores los términos empleados y sean dificultosas en su análisis; facilita por otro lado al operador de los diagramas al no perder el sentido físico de las mismas.

Para la obtención de un total de 132 diagramas se utiliza una serie de secciones que van desde valores de 20 x 30 hasta valores de 40 x 60<sup>3</sup>; siendo solo una la de 20 cm de ancho dada la recomendación de asegurar con dimensiones transversales superiores a 25 cm un hormigonado de calidad según Baykov, y Sigalov, 1980.

<sup>3</sup> Unidades expresadas en cm

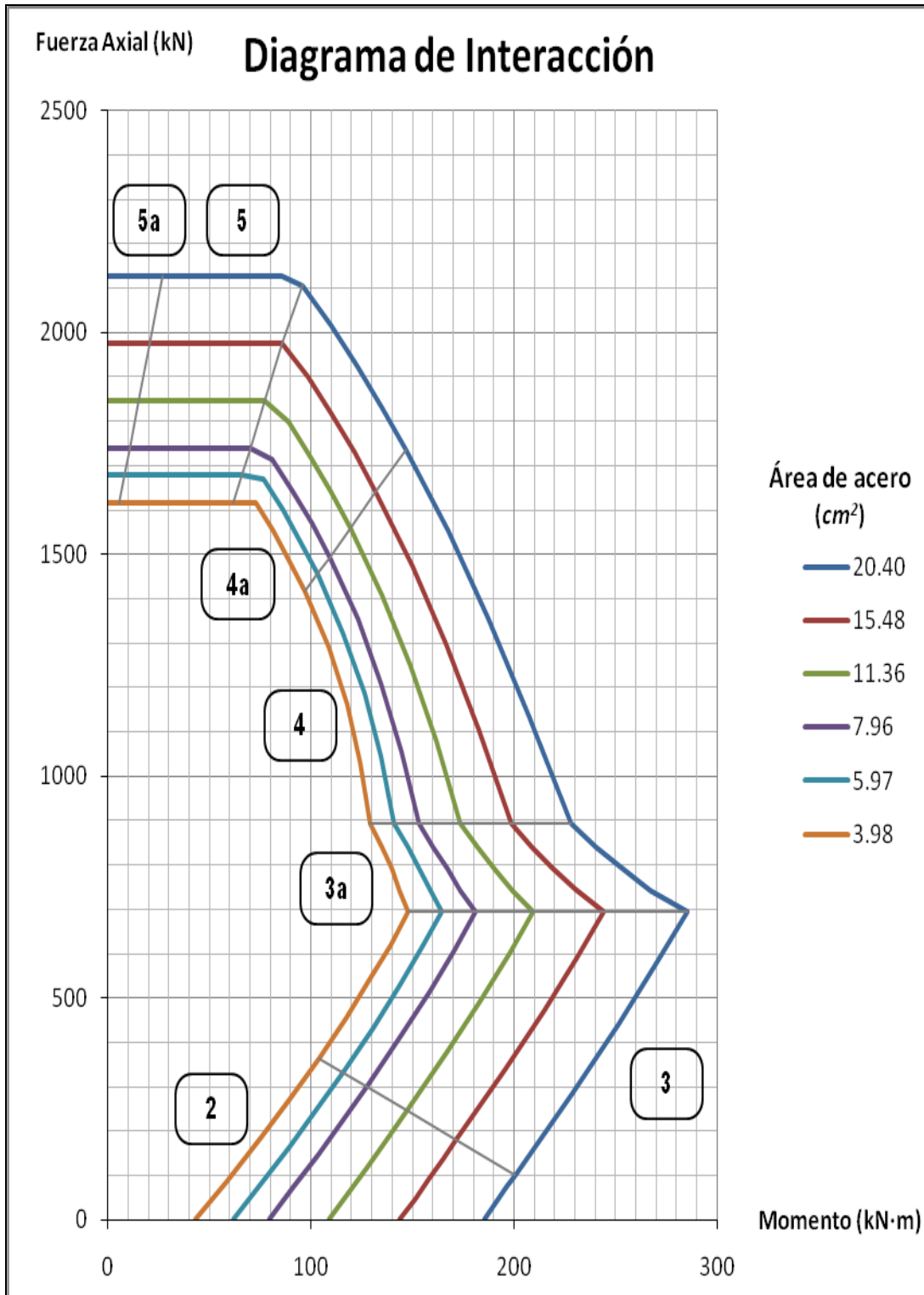


Figura 5. Diagrama de interacción. Rodríguez 2011.

Estos diagramas fueron creados, para las resistencias de hormigones más usuales para las condiciones de la provincia de Matanzas, Cuba, 20, 25 y 30 MPa.

En su diseño se utilizó, para esta primera versión **acero G 40** para las barras de refuerzo longitudinal, si bien este acero tiene menor resistencia que el acero G 60<sup>4</sup> su mayor grado de ductilidad lo hace más recomendado para el uso en elementos de gran importancia en la estructura, como son las columnas; disponiéndose de forma **simétrica**.

Este criterio de ductibilidad presenta una dicotomía, entre el mismo y las áreas de acero que son necesarias por el diseño, existiendo en estos momentos en la provincia una tendencia hacia el uso del acero de grado G-60, problema aparentemente económico, según la opinión de los autores; sólo sugeriremos la necesidad de un estudio más profundo sobre el tema.

El diseño de secciones con igual armadura por ambas caras viene impuesto, bien por la posibilidad de una inversión de momentos o por facilidades constructivas, siendo el primero el más importante de los dos, ya que el segundo es especialmente en elementos prefabricados, en los que, por errores administrativos no existen otro tipo de marca que distinga una cara de la otra, tal como las cartelas a un solo lado, planchas u otros insertos, se corre el riesgo de que la columna se monte en posición invertida.

Por eso es preferible igualar ambos refuerzos, lo cual está tanto más justificado cuanto menor sea la excentricidad de la carga, es decir, cuando más se acerca el elemento al caso particular de la compresión axial, ya que es entonces cuando por cálculo las áreas de acero son realmente similares. (Medina y Ruiz, 1991)

### **Características del reglamento cubano vigente**

Como se comentó anteriormente cada cúmulo de diagramas ha respondido a diferentes características, por lo tanto estas denotarían entonces, la posibilidad o no de aplicarlos.

En Cuba está vigente actualmente la **NC 7: 2002 “Barras de acero para refuerzo de hormigón. Especificaciones”**, la cual regula los diámetros y calidades de las barras de acero utilizadas en la construcción, así como sus características. En esta se define: “Las barras son de tres niveles de fluencia mínima nominalmente 240 MPa, 300 MPa y 420 MPa designados como grado 34, grado 40 y grado 60, respectivamente” (NC/CTN 25 de Acero para Refuerzo de Hormigón). Todas estas características se pueden apreciar en la tabla No 1 y 2.

*Tabla 2. Propiedades Mecánicas*

Grado de acero de la barra	Tensión en el límite de fluencia (mínima)			Resistencia a la Tracción (mínima)	
	Lb / in <sup>2</sup>	MPa	kgf/mm <sup>2</sup>	MPa	kgf/mm <sup>2</sup>
G-34	34000	240	(24)	333	(34)
G-40	40000	300	(30)	413	(42)
G-60	60000	420	(42)	578	(59)

*Fuente: NC/CTN 25 de Acero para Refuerzo de Hormigón*

<sup>4</sup> 300 MPa el G 40 por 420 MPa el G 60

Tabla 3. Dimensiones de las barras lisas y corrugadas en números de octavos de pulgada para designar las barras.

No	Designación de las barras	Diámetro nominal	
		mm	pulgadas
10	3	9.5	3/8
13	4	12.7	1/2
16	5	15.9	5/8
19	6	19.1	3/4
22	7	22.2	7/8
25	8	25.4	1
32	10	32.3	1 1/4
36	11	35.8	1 3/8

Fuente: NC/CTN 25 de Acero para Refuerzo de Hormigón, 2002.

Con el objetivo de normalizar el diseño y construcción de las estructuras y obras civiles de hormigón, en nuestro país está vigente la **NC 207:2003 Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón**, aunque el Comité Técnico de Normalización del Cálculo de Estructuras de Hormigón del Ministerio de la Construcción (MICONS), CTN 38, decidió reorientar el Reglamento cubano hacia el código normativo norteamericano ACI 318-05.

“La durabilidad de una estructura de hormigón se define como su capacidad para soportar durante la vida útil para la que ha sido diseñada, las condiciones físicas y químicas a las que va a estar expuesta”. (NC/CTN 38 de Cálculo de Estructuras de Hormigón, 2005) Uno de los aspectos de singular importancia tenidos en cuenta en los elementos de este material para lograr su permanencia en el tiempo es el *recubrimiento* y la calidad de la resistencia del hormigón utilizado.

En la provincia de Matanzas, marco local de esta investigación, el mayor por ciento de las construcciones que se realizan en la actualidad se encuentran ubicadas en el polo turístico de Varadero y en el propio municipio de Matanzas, región que aumentará sus volúmenes constructivos en los años posteriores a esta investigación<sup>5</sup> con la construcción de una refinería de petróleo. Estas condiciones geográficas de la zona, ubicada en la proximidad del mar, son ambientes de agresividad alta y muy alta.

La norma cubana **NC 250:2005 Requisitos de durabilidad para el diseño y construcción de edificaciones y obras civiles de hormigón estructural** establece los siguientes valores:

---

<sup>5</sup> Año 2012

Tabla 4. Valores mínimos de recubrimiento por elementos estructurales.

		<i>Muy Alta</i>	<i>Alta</i>	<i>Media</i>	<i>Baja</i>
<i>Columnas</i>	<i>Hormigonadas "in situ"</i>	50 mm	40 mm	40 mm	30 mm
	<i>Prefabricadas</i>	40 mm	35 mm	35 mm	25 mm

Fuente: NC/CTN 38 de Cálculo de Estructuras de Hormigón, 2005

## Conclusiones

Con el transcurso del tiempo los diagramas de interacción han ido ganando espacio en el proceso de diseño de elementos sometidos a flexocompresión, no solo en los aquí comentados de secciones rectangulares, sino también en otro tipo de secciones como anulares y circulares. La tendencia hacia el uso de esta herramienta de diseño ha estado en constante aumento, buscando agilidad y eficiencia en dicho proceso. Estos diagramas además tienen gran valor también desde el punto de vista metodológico, pues contribuyen a una mejor comprensión del comportamiento de una columna.

En dependencia de las condiciones de cada región, las regulaciones vigentes y las características propias de la construcción será entonces necesario crear estos ábacos para el diseño. En el análisis realizado en este trabajo se observa como los excelentes diagramas brindados por el ingeniero Jiménez Montoya (1971) presentan recubrimientos extremadamente pequeños para columnas, que prácticamente no son utilizables en nuestras condiciones; en los diagramas brindados por el profesor Valdez Avellaneda (2000) se observa, como los aceros utilizados no corresponden con la NC 7:2002; otro ejemplo son los brindados por Montoya *et al.* (2001) que no tiene implícito el coeficiente reductor, esto por solo citar varios casos de características que no concuerdan con los principios establecidos para nuestro país. En el caso de los ábacos brindados por Rodríguez (2011), éstos se corresponden con las condiciones actuales de Cuba y las normas vigentes, puesto que fueron creados con este fin, quedando claro entonces la importancia de lograr que estas herramientas respondan a las características de cada reglamento en cuestión.

## Bibliografía

- Baykov, V. N.; Sigalov, E. E. 1980. *Estructuras de Hormigón Armado*. Mir, Moscú, (URSS)
- Comité Técnico de Normalización NC/CTN 25 de Acero para Refuerzo de Hormigón, 2002. *NC 7:2002 Barras de acero para refuerzo de hormigón. Especificaciones*, (Cuba).
- Comité Técnico de Normalización NC/CTN 38 de Cálculo de Estructuras de Hormigón, 2005. *NC 250:2005 Requisitos de durabilidad para el diseño y construcción de edificaciones y obras civiles de hormigón estructural*, (Cuba).

- Comité Técnico de Normalización NC/CTN 38 de Cálculo de Estructuras de Hormigón, 2003. *NC 207:2003 Requisitos generales para el diseño y Construcción de estructuras de Hormigón*, (Cuba).
- Jiménez Montoya, Pedro. 1971. *Hormigón Armado 1ra Edición*. Gustavo Gili, Vol. II. Barcelona (España).
- Jiménez Montoya, Pedro; García Meseguer, Álvaro; Morán Cabré, Francisco. 2001. *Hormigón Armado 14a Edición*. Gustavo Gili. ISBN: 84-252-1825-X. Barcelona (España).
- Medina Torri, Francisco, Ruiz Alejo, Leonardo . 1991. *Hormigón Estructural*. Editorial Pueblo y Educación, Vol. I. La Habana (Cuba).
- Nilson, H. A., Darwin D., Dolan, Ch. W. 2004. *Design of Concrete Structures*. 13ra edición. Ed. McGraw-Hill.
- Rodríguez G., C., 2011. *Diseño de columnas rectangulares mediante diagramas de interacción*. Tesis en opción al título de Ingeniero Civil. Universidad de Matanzas, Matanzas (Cuba).
- Valdéz Avellaneda, Ernesto. 2001. *Flexión compuesta en Hormigón Armado*. La Habana (Cuba).